



*Богомолова Ольга Борисовна,
Усенков Дмитрий Юрьевич*

ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ» (№13): ПРАВИЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ

Тема «Количество информации» в принципе не так уж сложна, и соответствующие задания ЕГЭ у учащихся обычно не вызвали особых трудностей. Но разработчиков ЕГЭ это, видимо, не устраивало. В 2017 году появились новые задачи из этой серии (обозначенные «несчастливым» номером 13), в которых условие изменено совсем незначительно (буквально на одно слово!), но это приводит к неправильности традиционного решения. О том, как верно решать задачи №13, мы и поговорим в этой статье.

Начнем с наиболее традиционной формулировки условия.

Задача 1. При регистрации на сайте для каждого пользователя формируется учетная запись и выдается пароль. Длина пароля составляет 12 символов, при этом в пароле

могут использоваться строчные и заглавные латинские буквы, цифры и символы из набора: @, #, \$, %, *, & и ~. Для хранения каждого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов. Кроме собственно пароля, учетная запись содержит некоторую дополнительную информацию, объем которой составляет целое число байтов.

Известно, что для хранения всех учетных записей 40 пользователей потребовалось 1200 байтов.

Определите объем памяти в байтах, выделенный для хранения дополнительной информации в учетной записи одного пользователя. (В ответе необходимо записать только число – количество байтов.)

Для справки: латинский алфавит содержит 26 букв.

Решение

Такая задача решается большинством сегодняшних старшеклассников буквально «влет» и «с завязанными глазами».

1. Итак, полный алфавит (набор символов), который может быть использован в пароле, составляет: 26 строчных латинских букв + 26 заглавных латинских букв + 10 цифр + 7 дополнительных знаков,



то есть в сумме $26 + 26 + 10 + 7 = 69$ знаков. Это – **мощность** данного алфавита.

По условию, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным числом битов. Тогда для хранения каждого символа нужно минимально отвести **7 бит**: $2^7 = 128$, а $2^6 = 64$, и этого недостаточно.

2. Если каждый символ требует 7 бит, то для хранения всех 12 символов пароля потребуется $12 \times 7 = 84$ бита.

Нам нужно это количество информации разместить в целом числе байтов. 84 бита соответствуют $84 / 8 = 10,5$ байт, мы должны округлить это число до целого в большую сторону, тогда получаем, что для хранения одного пароля потребуется **11 байтов**.

3. Если для хранения учетных записей 40 пользователей потребовалось 1200 байт, то для хранения учетной записи одного пользователя требуется $1200/40 = 30$ байтов.

4. Тогда если пароль занимает 11 байтов, а вся учетная запись – 30 байтов, то на хранение дополнительной информации о пользователе расходуется $30 - 11 = 19$ байтов.

Ответ: 19.

Теперь немного усложним условие. Изменения в нем выделены красным цветом.

Задача 2. При регистрации на сайте для каждого пользователя формируется учетная запись и выдается пароль. Длина пароля составляет 12 символов, при этом в пароле могут использоваться **строчные и заглавные латинские буквы, хотя бы три цифры и хотя бы два символа** из набора: @, #, \$, %, *, & и ~. Для хранения каждого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов. Кроме собственно пароля, учетная запись содержит некоторую дополнительную информацию, объем которой составляет целое число байтов.

Известно, что для хранения всех учетных записей 40 пользователей потребовалось 1200 байтов.

Определите объем памяти в байтах, выделенный для хранения дополнительной информации в учетной записи одного пользователя. (В ответе необходимо записать только число – количество байтов.)

Для справки: латинский алфавит содержит 26 букв.

Решение

Что изменилось в условии? Если раньше пароль мог состоять из произвольного набора знаков (букв, цифр, дополнительных символов), то теперь оговорено, что в пароле обязательно должно быть не менее указанного количества цифр и не менее указанного количества дополнительных символов. Однако точное количество цифр и дополнительных символов мы не знаем, а в условии по-прежнему записано, что каждый символ занимает в памяти **одинаковое** и минимально возможное количество битов.

Поэтому мы по-прежнему должны учитывать, что наш алфавит (набор символов) для пароля включает в себя **все** возможные знаки и имеет мощность 69 знаков. А дальнейший ход решения абсолютно тот же, что и в предыдущей задаче 1 (поскольку числовые параметры в условии мы оставили прежними).

Ответ: 19.

А теперь еще немного изменим текст условия.

Задача 3. При регистрации на сайте для каждого пользователя формируется учетная запись и выдается пароль. Длина пароля составляет 12 символов, при этом в пароле могут использоваться строчные и заглавные латинские буквы, **ровно три** цифры и **ровно два** символа из набора: @, #, \$, %, *, & и ~. Для хранения каждого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются **минимально возможным** количеством битов. Кроме собственно пароля, учетная запись содержит некоторую дополнительную информацию, объем которой составляет целое число байтов.

Известно, что для хранения всех учетных записей 40 пользователей потребовалось 1200 байтов.

Определите объём памяти в байтах, выделенный для хранения дополнительной информации в учетной записи одного пользователя. (В ответе необходимо записать только число – количество байтов.)

Для справки: латинский алфавит содержит 26 букв.

Решение

Изменение условия, казалось бы, совсем пустячное. Вместо «хотя бы» записано «ровно» и исчезло указание о кодировании символов *одинаковым* количеством битов. Но теперь решать задачу нужно совершенно иначе!

1.1. Мы точно знаем, что три символа пароля из 12-ти – это цифры. Цифр всего 10 (имеется в виду десятичная система счисления), поэтому для хранения одной цифры достаточно **4 битов** ($2^4 = 16$, а $2^3 = 8$ и этого недостаточно).

1.2. Мы также точно знаем, что два символа пароля берутся из 7-символьного набора дополнительных знаков. Для хранения такого символа достаточно **3 битов** ($2^3 = 8$).

1.3. Остальные символы пароля (их $12 - 3 - 2 = 7$) – это буквы. Мощность латинского алфавита, включающего и строчные и заглавные буквы, составляет $26 + 26 = 52$ символа. Для их хранения требуется **6 битов** ($2^6 = 64$, а $2^5 = 32$, этого мало).

2. Тогда для хранения всего 12-символьного пароля нам понадобится:

$$\underbrace{3 \times 4}_{\text{цифры}} + \underbrace{2 \times 3}_{\text{доп. символы}} + \underbrace{7 \times 6}_{\text{буквы}} = 60 \text{ битов.}$$

Этим 60 битам соответствует **8 байтов** ($8 \times 8 = 64$).

Дальнейший ход решения аналогичен предыдущим задачам.

3. Если для хранения учетных записей 40 пользователей потребовалось 1200 байт, то для хранения учетной записи одного пользователя требуется $1200 / 40 = \mathbf{30 \text{ байтов}}$.

4. Тогда если пароль занимает 8 байтов, а вся учетная запись – 30 байтов, то на хранение дополнительной информации о пользователе расходуется $30 - 8 = \mathbf{22 \text{ байта}}$.

Ответ: 22.

Нетрудно заметить, что, по сравнению с предыдущими случаями, за счет экономии места на хранение цифр и дополнительных символов мы на каждом пароле сэкономили 3 байта, которые можно было отвести под дополнительную информацию.

Однако разработчикам ЕГЭ этого усложнения, видимо, показалось мало. И задача №13 приобрела следующий вид.

Задача 4. При регистрации на сайте для каждого пользователя формируется учетная запись и выдается пароль. Длина пароля составляет 12 символов, при этом в пароле могут использоваться **строчные и заглавные латинские буквы, хотя бы три цифры и хотя бы два символа** из набора: @, #, \$, %, *, & и ~. Для хранения каждого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются минимально возможным количеством битов (**возможно, неодинаковым**). Кроме собственно пароля, учетная запись содержит некоторую дополнительную информацию, объем которой составляет целое число байтов.

Известно, что для хранения всех учетных записей 40 пользователей потребовалось 1200 байтов.

Определите объём памяти в байтах, выделенный для хранения дополнительной информации в учетной записи одного пользователя. (В ответе необходимо записать только число – количество байтов.)

Для справки: латинский алфавит содержит 26 букв.

Решение

Отличие данного условия от задачи 2 – только в явном указании, что для хранения символов может использоваться **неодинаковое** количество битов. Но точное количество цифр и дополнительных знаков (как было в задаче 3) мы не знаем. Как решать?

Главная хитрость здесь – в том, что мы знаем о гарантированном наличии в пароле указанных количеств цифр и дополнительных символов. Именно на них можно сэкономить (как делалось в задаче 3).

1.1. Мы знаем, что три символа пароля – это точно цифры. Цифр всего 10 (имеется в виду десятичная система счисления), поэтому для хранения одной цифры достаточно **4 битов** ($2^4 = 16$, а $2^3 = 8$ и этого недостаточно).

1.2. Мы также знаем, что два символа пароля точно берутся из 7-символьного набора дополнительных знаков. Для хранения такого символа достаточно **3 битов** ($2^3 = 8$).

1.3. Остальные символы пароля (их $12 - 3 - 2 = 7$) могут быть *любыми* – буквами, цифрами или дополнительными символами. Мощность такого объединенного алфавита (как мы вычислили в задачах 1 и 2) составляет 69 символов. Для их хранения требуется **7 битов** ($2^7 = 128$, а $2^6 = 64$, этого мало).

2. Тогда для хранения всего 12-символьного пароля нам понадобится:

$$\underbrace{3 \times 4}_{\text{цифры}} + \underbrace{2 \times 3}_{\text{доп. символы}} + \underbrace{7 \times 7}_{\text{все остальное}} = 67 \text{ битов.}$$

Этим 67 битам соответствует **9 байтов** ($9 \times 8 = 72$).

3. Если для хранения учетных записей 40 пользователей потребовалось 1200 байт, то для хранения учетной записи одного пользователя требуется $1200 / 40 = 30$ байтов.

4. Тогда если пароль занимает **9 байтов**, а вся учетная запись – 30 байтов, то на хранение дополнительной информации о пользователе расходуется $30 - 9 = 21$ байт.

Ответ: 21.

Итак, нужно очень внимательно читать условия задач. Ведь обычно ученик (как и разведчик) «прокальвается» на мелочах.

• Если сказано, что **каждый символ кодируется одинаковым** минимально необходимым количеством битов, то в любом случае надо вычислять **общий** объем используемого алфавита и найденное по нему «универсальное» количество битов на символ умножить на всю длину пароля.

• Если не сказано, что символы кодируются одинаковым числом битов или, тем более, указано, что количество битов на символ, **возможно, неодинаково**, то надо отдельно просчитать количество битов на символ для цифр, дополнительных знаков и т.д., для которых в условии указано «не менее», «хотя бы» или «равно». А пароль нужно разделять на соответствующие фрагменты, обчислять каждый такой фрагмент по отдельности и затем суммировать полученные количества битов.

• Если количества цифр или дополнительных знаков указаны **точные**, то остальная часть пароля считается **только как буквы**. Если же для цифр и/или дополнительных знаков указано «хотя бы» (либо «как минимум»), то для оставшейся части пароля вычисляется **общий объем алфавита** по всем возможным символам.

Богомолова Ольга Борисовна,
доктор педагогических наук,
почетный работник сферы
образования Российской Федерации,
учитель информатики
и математики ГБОУ СОШ № 1360,
г. Москва,

Усенков Дмитрий Юрьевич,
Московский государственный
институт индустрии туризма
имени Ю.А. Сенкевича, г. Москва.

